価格低下傾向の予測

The Forecasting of Possibilities of Falling Price

上　野　皓　司
Ueno,　Koji

ABSTRACT

How should the future price be estimated? The one way is to forecast the possibility of price-movement for finite horizon. The examples of calculations for the possibility are exhibited. The change of important factors affecting the price-movement causes the shift of possibility. The dynamic process of estimations for the price-movement is considered.

経済全体や個々の市場の将来の動きをある程度予測しておくことはすべての経済活動にたずさわる人々に必要であるが，多くの場合予測は直感や大まかな材料による概略的な判断ですませることが多い。以下ではそれぞれの材料による一般的な予測方法を考えるが，その前に対象となる事柄や数値がどのような要因を考慮して予測されなければならないかを最近の研究を例に概観する。

社会全体の動きについて，Holland and Scott（1998）は 1963 年以降の英国の資料から全般的な景気循環の要因を供給と需要の両面に着目し生産性の変革と消費選択の移行に求めている。Lee and Shields（2000）は 1975 から 1996 年の英国製造業の 8 業種について，生産成長率の実績と期待値から，英国経済の動きに対する期待形成（Expectations Formation）の役割を検討している。Campbell and Cochrane（1999）は消費者の生活習慣が市場の景気循環にどのような影響を及ぼすかを証券市場の株式や国債の価格に対する景気の山や谷での消費者の心理を通して分析している。Boldrin, Christiano, and Fisher（2001）は消費者の習慣の持続の経済への影響を均衡モデルによって全般的に分析している。Bils and Kahn（2000）は景気循環とは反対に動く在庫販売率の目立った特徴に注目し，その要因をコスト，収益，生産量，販売量等の視点から検討している。Schmitt-Groh（2000）は投資財と消費財の2部門内生循環モデルによって循環局面の変遷を分析しているが，このさいに投資財の生産については外生的な収穫逓増（external increasing returns to scale）を想定している。Chadha and Sarno（2002）は米，英，独，仏，伊，スエーデン，スペインの7ヵ国の1913年以降の短期と長期の物価の不確実性（uncertainty）を調査し，短期の物価水準の不確実性のほうが長期の物価水準の不確実性より実質活動の動きを決めるさいにより重要である，と説明している。

為替や物価については，Astley and Garratt（2000）はポンドと物価の動きは両者ともに他の要因によって影響を受けていると判断し，ポンドの為替相場，英国の相対的な消費者物価，英国の相対的なGDPの動きを，3種類の他からの衝撃，①実質の集計供給，②実質の財貨市場，③名目貨幣市場，の関数として分析し，「実質財貨市場の衝撃は，1973年から1994年の実質と名目のポンド相場変動の主要な源泉であり，実質の集計的な供給の衝撃はこれらの変動の補助的な源泉であったが，名目の貨幣市場の衝撃はほとんど影響を及ぼさなかった。しかし名目貨幣市場の衝撃は1973年から1994年の英国の相対的な消費者物価の動きの主要な源泉であった」と説明している。為替相場の予測は多数の外的な影響を受けるために極めて困難な作業であるが，Evans（2002）はドイツマルクとドルの市場を対象に，短期の為替相場は雑多な取引の決定から生まれるために，正常な状態では比較的緩やかに変化し，公的なニュースは短期，長期を問わずめったに相場の動きを決める強い要因にはなりえない，と分析している。Jeanne and Rose（2002）は為替の変動によって国内へもたらされる非本質的な変動（nonfundamental volatility）を雑音（noise）と呼び，固定相場（fixed exchange rates）や目標領域（target zones）の設定がこれらの雑音を除去すると強調しており，為替市場は各国の意図的な介入が多いために，相場の予測には多数の外部からの政策を十分に考慮しなければならない。

株式やその派生商品の予測は長い研究の歴史を有しているが，例えば Grossman and Shiller（1981）は株価の変動要因を消費者の消費水準に求めている。株式市場には値幅制限等の制約が存在するが，Cho and Frees（1988）はそのような制約のもとで株価の変動率を推定するための方法を検討している。市場心理は意外な価格の動きを誘発することがあるが，De Bondt and Thaler（1990）は株式市場での取引者相互の過剰反応を指摘している。Chang, Jain, and Locke（1995）はシカゴ商業取引所（CME＝Chicago Mercantile Exchange）で取引されているSP500 指数先物（S&P 500 Stock Index futures）はニューヨーク証券取引所（NYSE）が閉鎖されてから 15 分間取引が続けられるが，原資産の取引が閉鎖されている間に派生商品である先物がどのように動くかを検討している。派生商品の価格の動きの予測は原資産の市場の動きを考慮して推定されるが，原資産市場に特別な状況が生じるさいにはどうかが分析されている。

上記のように将来の予測は周辺環境や重要な影響の動きを配慮しながら行われるが，以下では一般商品や証券，為替等の価格が長期的に低下してゆく局面に注目し，将来の価格低下の可能性を数量的に把握する方法を考える。

例えば現在の株価指数の 1 年後，2 年後の値はどのようにして予想されるであろうか。株価指数の予測のさいには一般的には，過去の資料に統計的な回帰分析を行ったり，過去の推移に将来の影響要因を盛り込んでその要因の示す方向を判断したり，罫線から固有の周期的な動きを抽出する方法等が採用される。しかし以下ではこれらとは異なり価格や指数の一定幅がどの程度の確率で低下するかを予測する。例えば指数 100，価格 100 円等の幅で低下する可能性は 1 年後，2 年後にどの程度であるか，に注目する。通常は将来のある特定時点に着目し，100 円下がる可能性，200 円下がる可能性，300 円下がる可能性，等を同時に推定し，その可能性を正規分布等によって表示するが，ここでは将来の可能性の時間的な変化に着目し，時間的に可能性が大きく変わるさいに予測を適宜修正することができる方法を考える。

1. 価格が低下する確率の計算方法

ここでは対象商品の価格に着目する。価格低下の可能性は市場内や市場外の多様な要因によって影響を受けるために時間の経過に応じて適宜最初の予測値を修正して行かなければならないが，それぞれの時点で頻繁に新たに予測方法を設定することは繁雑であるために，初期時点にいくつかの方法を準備し，任意に変更すれば容易である。以下ではそのような価格低下確率の計算方法を考える。

1−1. 計算方法

まず価格が低下する確率を求めるための計算方法を考える。0時点を現在時点，t 時点を将来のある時点として，以下のような関連を仮定する。

①価格が t から $t+\Delta t$ 時点までの間に低下する確率 $p(t,\ t+\Delta t)$ は時間の増分 Δt に一定率 $a(t)$ を乗じた値である。すなわち

$$p(t,\ t+\Delta t)=a(t)\Delta t$$

である。ここで $a(t)$ は非負（$\geqq 0$）の連続関数である。

② t から $t+\Delta t$ 時点までの間に価格が低下するかどうかは0時点以前の状況には無関係である。

③現在時点0に直ちに低下する確率は0である。

ここで価格が t 時点まで低下しない確率を $\lambda(t)$ で表し，$t+\Delta t$ 時点まで低下しない確率 $\lambda(t+\Delta t)$ を計算する。t 時点まで価格が低下せず，さらに $t+\Delta t$ 時点まで価格が低下しない確率を $\lambda(t+\Delta t|t)$ と表せば，

$$\lambda(t+\Delta t)=\lambda(t)\lambda(t+\Delta t|t)$$

が成立する。仮定①と②より

$$\lambda(t+\Delta t|t)=1-p(t,\ t+\Delta t)=1-a(t)\Delta t$$

であるために，

$$\lambda(t+\Delta t)=\lambda(t)\{1-a(t)\Delta t\}$$

となる。この式を整理すれば，

$$\{\lambda(t+\Delta t)-\lambda(t)\}/\Delta t=-a(t)\lambda(t)$$

となり，Δt を無限に小さくとれば，すなわち $\Delta t\to 0$ であれば，

$$d\lambda(t)/dt=-a(t)\lambda(t)$$

であり，$\lambda(t)$ は微分方程式によって表されている。

③の仮定を初期条件，すなわち価格が現在時点 0 に低下しない確率は 1 であるという初期条件，すなわち $\lambda(0)=1$ を考慮してこの微分方程式を解けば，

$$\lambda(t)=\exp(-\textstyle\int_0^t a(\tau)d\tau)$$

である。(1)

この $\lambda(t)$ から価格が t 時点以前に現在時点の価格より低下する確率 $p(t)$ は，

$$p(t)=1-\lambda(t)=1-\exp(-\textstyle\int_0^t a(\tau)d\tau)$$

と表される。

1−2. 価格低下局面の表現

価格低下の可能性を表す $a(t)\Delta t$ の係数 $a(t)$ は多様な値をとるが，以下では係数 $a(t)$ が，①循環的な値，$a_1(t)=\alpha_1(t)\sin\beta_1 t+\gamma_1$ によって，②一方的な減少値，$a_2(t)=-\alpha_2\exp(\beta_2 t)+\gamma_2$ によって，③一方的な増大値，$a_3(t)=\alpha_3^t\log\alpha_3+\beta_3$ によって表される場合を想定する。

ここで $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2$ はすべて正の定数である。また係数 $a(t)$ は $t=0$ から $t=8$ 時点まで常に非負（$\geqq 0$）の値をとらなければならない。す

(1) 微分方程式の解法は以下のようである。まず方程式

$$d\lambda(t)/dt=-a(t)\lambda(t)$$

を次のように変形し，

$$d\lambda(t)/\lambda(t)=-a(t)dt,$$

両辺を積分すれば，

$$\log\lambda(t)=-\textstyle\int_0^t a(\tau)d\tau$$

を得ることができ，自然対数をはずせば

$$\lambda(t)=\exp(-\textstyle\int_0^t a(\tau)d\tau)$$

となる。

なわち，

$a_1(t)=\alpha_1\sin\beta_1 t+\gamma_1\geqq 0,$

$a_2(t)=-\alpha_2\exp(\beta_2 t)+\gamma_2\geqq 0,$

$a_3(t)=\alpha_3^t\log\alpha_3+\beta_3\geqq 0,$

である。

このとき $t=0$ から $t=8$ までの価格変化の可能性は，①の循環的な値では，価格が t 時点まで低下しない確率 $\lambda(t)$ は，上記の式より

$$\lambda(t)=\exp\{-\int_0^t a(\tau)d\tau\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{-\int_0^t(\alpha_1\sin\beta_1\tau+\gamma_1)d\tau\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{-[-(\alpha_1/\beta_1)\cos\beta_1 t+\gamma_1]_0^t\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{[(\alpha_1/\beta_1)\cos\beta_1 t-\gamma_1 t]_0^t\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{(\alpha_1/\beta_1)\cos\beta_1 t-\gamma_1 t-(\alpha_1/\beta_1)\}$$

となる。したがって価格が t 時点までに低下する確率 $p(t)=(1-\lambda(t))$ は，

$$\begin{aligned}p(t)&=1-\lambda(t)\\&=1-\exp\{(\alpha_1/\beta_1)\cos\beta_1 t-\gamma_1 t-(\alpha_1/\beta_1)\}\end{aligned}$$

である。

②の一方的な減少値では，価格が t 時点まで低下しない確率 $\lambda(t)$ は，上記の式より

$$\lambda(t)=\exp\{-\int_0^t a(\tau)d\tau\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{-\int_0^t(-\alpha_2\exp(\beta_2\tau)+\gamma_2)d\tau\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{-[-\frac{\alpha_2}{\beta_2}\exp(\beta_2 t)+\gamma_2 t]_0^t\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{[\frac{\alpha_2}{\beta_2}\exp(\beta_2 t)-\gamma_2 t]_0^t\}$$

$$\lambda(t)=\exp\{\frac{\alpha_2}{\beta_2}\exp(\beta_2 t)-\gamma_2 t-\frac{\alpha_2}{\beta_2}\}$$

となる。したがって価格が t 時点までに低下する確率 $p(t)=(1-\lambda(t))$ は，

$p(t)=1-\lambda(t)$

$=1-\exp\{(\alpha_2/\beta_2)\exp(\beta_2 t)-\gamma_2 t-(\alpha_2/\beta_2)\}$

である。

③の一方的な増大値では，価格が t 時点まで低下しない確率 $\lambda(t)$ は，上記の式より

$\lambda(t)=\exp\{-\int_0^t a(\tau)d\tau\}$

$=\exp\{-\int_0^t(\alpha_3^t\log\alpha_3+\beta_3)d\tau\}$

$=\exp\{-[\alpha_3^t+\beta_3 t]_0^t\}$

$=\exp\{-\alpha_3^t-\beta_3 t+1\}$

である。(2)

したがって価格が t 時点までに低下する確率 $p(t)=(1-\lambda(t))$ は，

$p(t)=1-\lambda(t)$

$=1-\exp\{-\alpha_3^t-\beta_3 t+1\}$

である。

2. 価格が低下する確率

上記のような係数値のもとでは，$t=1$ から $t=8$ 時点までの各時点で価格が低下する確率は，正の定数 α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, γ_1, γ_2 の値を推定することによって得られる。以下では具体的な数値例によって価格が低下する確率を計算する。上記の例では α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, γ_1, γ_2 はすべて正の定数であり，各係数 $a(t)$ は $t=0$ から $t=8$ 時点まで常に非負（≧0）の値をとらなければならない。す

(2) $\int_0^t(\alpha_3^t\log\alpha_3)d\tau=[\alpha_3^t]_0^t$ (1)
はつぎのようにして求められる。$y=\alpha_3^t$ と置いて，両辺の対数をとれば，$\log y=t\log\alpha_3$ であり，両辺を t について微分すれば，$(\log y/dy)(dy/dt)=\log\alpha_3$ すなわち $(1/y)(dy/dt)=\log\alpha_3$ であり，$\alpha_3^t=y$, $\log\alpha_3=(1/y)(dy/dt)$ を (1) に代入すれば，

$\int_0^t(\alpha_3^t\log\alpha_3)d\tau=\int_0^t\{y(1/y)(dy/d\tau)d\tau\}$

$=\int_0^t dy$

$=[y]_0^t$

$=[\alpha_3^t]_0^t$

を得る。

なわち α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, γ_1, γ_2 は，$t=0$ から $t=8$ 時点まで

$$a_1(t)=\alpha_1\sin\beta_1 t+\gamma_1\geqq 0,$$

$$a_2(t)=-\alpha_2\exp(\beta_2 t)+\gamma_2\geqq 0,$$

$$a_3(t)=\alpha_3^t\log\alpha_3+\beta_3\geqq 0,$$

を満足させる値でなければならない。このような条件を満たす定数値をそれぞれの係数について三例ずつ想定し，$t=0$ から $t=8$ 時点までの間で係数と価格低下の確率がどのように推移するかを計算する。

2－1.　係数が循環的な場合

係数が循環的な値をとるときは，上記の例では係数と価格低下の確率は

$$a_1(t)=\alpha_1\sin\beta_1 t+\gamma_1\geqq 0,$$

$$p_1(t)=1-\exp\{(\alpha_1/\beta_1)\cos\beta_1 t-\gamma_1 t-(\alpha_1/\beta_1)\}$$

と表されるが，ここでは次のような三例の定数を想定する。

Ⅰ　$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)=(0.1,\ 0.1,\ 0.1)$

Ⅱ　$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)=(0.1,\ 50,\ 0.1)$

Ⅲ　$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)=(1,\ 50,\ 1)$

このとき係数と価格低下の確率は

Ⅰ　$a_{1\mathrm{I}}(t)=0.1\sin 0.1t+0.1\geqq 0,$

Ⅰ　$p_{1\mathrm{I}}(t)=1-\exp\{\cos 0.1t-0.1t-1\},$

Ⅱ　$a_{1\mathrm{II}}(t)=0.1\sin 50t+0.1\geqq 0,$

Ⅱ　$p_{1\mathrm{II}}(t)=1-\exp\{0.002\cos 50t-0.1t-0.002\}$

Ⅲ　$a_{1\mathrm{III}}(t)=\sin 50t+1\geqq 0,$

Ⅲ　$p_{1\mathrm{III}}(t)=1-\exp\{0.02\cos 50t-t-0.02\}$

と表される。

これらの定数のもとで $t=0$ から $t=8$ 時点までの係数と価格低下の確率を計算すれば以下のようになる。

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{1\mathrm{I}}(t)$	0.1000	0.1002	0.1003	0.1005	0.1007	0.1009	0.1010	0.1012	0.1014
$p_{1\mathrm{I}}(t)$	0.0000	0.0952	0.1813	0.2592	0.3297	0.3935	0.4512	0.5035	0.5507
$a_{1\mathrm{II}}(t)$	0.1000	0.1766	0.1985	0.1500	0.0658	0.0060	0.0134	0.0826	0.1643
$p_{1\mathrm{II}}(t)$	0.0008	0.0958	0.1832	0.2619	0.3323	0.3951	0.4517	0.5034	0.5509
$a_{1\mathrm{III}}(t)$	1.0000	1.7660	1.9848	1.5000	0.6580	0.0603	0.1340	0.8264	1.6428
$p_{1\mathrm{III}}(t)$	0.0000	0.6347	0.8678	0.9520	0.9824	0.9934	0.9975	0.9991	0.9997

係数値はⅠでは8時点まで一方的にわずかずつ増大し，Ⅱでは0.1985と0.0060の間で，Ⅲでは1.9848と0.0603の間で循環している。確率はⅠとⅡが近い値で推移し，Ⅲが早期に大きな値に移行している。係数の定数と推定式の相違によって確率の推移が大きく異なることが知られる。

2－2. 係数が一方的に減少する場合

係数が一方的な減少値をとるときは，上記の例では係数と価格低下の確率は

$$a_2(t) = -\alpha_2 \exp(\beta_2 t) + \gamma_2 \geqq 0,$$

$$p_2(t) = 1 - \exp\{(\alpha_2/\beta_2)\exp(\beta_2 t) - \gamma_2 t - (\alpha_2/\beta_2)\}$$

と表されるが，以下では次のような三例の定数を想定する。

Ⅰ $(\alpha_2,\ \beta_2,\ \gamma_2) = (0.1,\ 0.1,\ 0.3)$

Ⅱ $(\alpha_2,\ \beta_2,\ \gamma_2) = (0.1,\ 0.2,\ 0.5)$

Ⅲ $(\alpha_2,\ \beta_2,\ \gamma_2) = (0.2,\ 0.2,\ 1)$

このとき係数と価格低下の確率は

Ⅰ $a_{2\mathrm{I}}(t) = -0.1\exp(0.1t) + 0.3 \geqq 0,$

Ⅰ $p_{2\mathrm{I}}(t) = 1 - \exp\{\exp(0.1t) - 0.3t - 1\},$

Ⅱ $a_{2\mathrm{II}}(t) = -0.1\exp(0.2t) + 0.5 \geqq 0,$

Ⅱ $p_{2\mathrm{II}}(t) = 1 - \exp\{0.5\exp(0.2t) - 0.5t - 0.5\},$

Ⅲ $a_{2\mathrm{III}}(t) = -0.2\exp(0.2t) + 1 \geqq 0,$

Ⅲ $p_{2\mathrm{III}}(t) = 1 - \exp\{\exp(0.2t) - t - 1\}$

と表される。

これらの定数のもとで $t=0$ から $t=8$ 時点までの係数と価格低下の確率を計算すれば以下のようになる。

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{2\mathrm{I}}(t)$	0.2000	0.1895	0.1779	0.1650	0.1508	0.1351	0.1178	0.0986	0.0774
$p_{2\mathrm{I}}(t)$	0.0000	0.1770	0.3152	0.4231	0.5075	0.5731	0.6239	0.6625	0.6910
$a_{2\mathrm{II}}(t)$	0.4000	0.3779	0.3508	0.3178	0.2774	0.2282	0.1680	0.0945	0.0047
$p_{2\mathrm{II}}(t)$	0.0000	0.3225	0.5296	0.6634	0.7502	0.8062	0.8412	0.8609	0.8678
$a_{2\mathrm{III}}(t)$	0.8000	0.7557	0.7016	0.6356	0.5549	0.4563	0.3360	0.1890	0.0094
$p_{2\mathrm{III}}(t)$	0.0008	0.5410	0.7787	0.8867	0.9376	0.9624	0.9748	0.9806	0.9825

Ⅰでは係数が 0.2 から 0.0774 まで一方的に減少し，確率は 0 から 0.6910 まで増大する。Ⅱでは係数が 0.4 から 0.0047 まで一方的に減少し，確率は 0 から 0.8678 まで増大する。Ⅲでは係数が 0.8 から 0.0094 まで一方的に減少し，確率は 0 から 0.9825 まで増大する。係数の値が大きいほど確率が大きくなる。

2−3. 係数が一方的に増大する場合

係数が一方的に増大するときは，上記の例では係数と価格低下の確率は

$$a_3(t)=\alpha_3^t\log\alpha_3+\beta_3\geqq 0,$$

$$p_3(t)=1-\exp\{-\alpha_3^t-\beta_3 t+1\}$$

と表されるが，ここでは次のような三例の定数を想定する。

Ⅰ $(\alpha_3,\ \beta_3)=(0.5,\ 0.7)$

Ⅱ $(\alpha_3,\ \beta_3)=(0.7,\ 0.4)$

Ⅲ $(\alpha_3,\ \beta_3)=(0.9,\ 0.2)$

このとき係数と価格低下の確率は

Ⅰ $a_{3\mathrm{I}}(t)=0.5^t\log 0.5+0.7\geqq 0,$

Ⅰ $p_{3\mathrm{I}}(t)=1-\exp\{-0.5^t-0.7t+1\}$

Ⅱ $a_{3\mathrm{II}}(t)=0.7^t\log 0.7+0.4\geqq 0,$

Ⅱ $p_{3\mathrm{II}}(t)=1-\exp\{-0.7^t-0.4t+1\}$

Ⅲ $a_{3\mathrm{III}}(t)=0.9^t\log 0.9+0.2\geqq 0,$

Ⅲ $p_{3\mathrm{III}}(t)=1-\exp\{-0.9^{t}-0.2t+1\}$

と表される。

これらの定数のもとで $t=0$ から $t=8$ 時点までの係数と価格低下の確率を計算すれば以下のようになる。

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{3\mathrm{I}}(t)$	0.0069	2.3534	0.5267	0.6134	0.6567	0.6783	0.6892	0.6946	0.6973
$p_{3\mathrm{I}}(t)$	0.0000	0.1813	0.4780	0.7062	0.8447	0.9204	0.9599	0.9799	0.9900
$a_{3\mathrm{II}}(t)$	0.0433	0.1503	0.2252	0.2777	0.3144	0.3401	0.3580	0.3706	0.3794
$p_{3\mathrm{II}}(t)$	0.0000	0.0952	0.2517	0.4190	0.5683	0.6890	0.7808	0.8478	0.8954
$a_{3\mathrm{III}}(t)$	0.0946	0.1052	0.1147	0.1232	0.1309	0.1378	0.1440	0.1496	0.1546
$p_{3\mathrm{III}}(t)$	0.0008	0.0952	0.1894	0.2804	0.3662	0.4459	0.5188	0.5845	0.6432

係数の値は 0 時点ではⅢ＞Ⅱ＞Ⅰであるが，8 時点ではⅠ＞Ⅱ＞Ⅲになる。係数の値が大きくなると確率が大きくなるために時間の経過とともにⅠ＞Ⅱ＞Ⅲの相互の差異が拡大する。

3. 価格低下確率の時間的な変化

上記では 0 を現在時点と考え将来の 8 時点までの係数値と価格低下確率を計算している。したがって時間が経過し 3 時点に到達したところでその後の推定方法を修正する必要が生じれば，別の係数や推定式に移行しなければならない。以下ではどのような修正方法が可能か，修正によって確率がどのように変化するかを考える。

3－1. 係数の定数の時間的な変化

0 時点に使用した係数の定数が市場内や市場外の変化によってその後に変化することがある。例えば 3 時点に達したところで，同じ係数の推定式で十分であるが，係数の推定式の定数が変化したとすれば，その後の確率は大きく相違する。このさいには 3 時点を 0 時点と設定してその後の確率を計算しなければならない。

上記の①の例で0時点に推定した確率はⅠによって推定されたが，3時点に達したところでⅡの係数に，6時点に達したところでⅢの係数に修正された場合の各時点の確率を計算すれば以下のようになる。

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{1\mathrm{I}}(t)$	0.1000	0.1002	0.1003	0.1005					
$p_{1\mathrm{I}}(t)$	0.0000	0.0952	0.1813	0.2592					
t				0	1	2	3	4	5
$a_{1\mathrm{II}}(t)$				0.1000	0.1766	0.1985	0.1500		
$p_{1\mathrm{II}}(t)$				0.0008	0.0958	0.1832	0.2619		
t							0	1	2
$a_{1\mathrm{III}}(t)$							1.0000	1.7660	1.9848
$p_{1\mathrm{III}}(t)$							0.0000	0.6347	0.8678

0時点の推定と3時点や6時点の推定とでは以後の確率にかなりの変化が生じていることがわかる。

3－2. 推定式の時間的な変化

もし3時点と6時点に達したところで係数の推定式が変化すればどうであろうか。ここでは0時点では①のⅠ，3時点では②のⅠ，6時点では③のⅠに推定式が変化した場合を示せば以下のようになる。

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{1\mathrm{I}}(t)$	0.1000	0.1002	0.1003	0.1005					
$p_{1\mathrm{I}}(t)$	0.0000	0.0952	0.1813	0.2592					
t				0	1	2	3	4	5
$a_{2\mathrm{I}}(t)$				0.2000	0.1895	0.1779	0.1650		
$p_{2\mathrm{I}}(t)$				0.0000	0.1770	0.3152	0.4231		
t							0	1	2
$a_{3\mathrm{I}}(t)$							0.0069	2.3534	0.5267
$p_{3\mathrm{I}}(t)$							0.0000	0.1813	0.4780

係数の推定式が変わるために修正後の確率の時間的な推移は大きく変化して

いる。第一の例では 0 時点から 3 時点までに確率は 0.2592 に増大し，第二の例では 0 時点から 3 時点までに確率は 0.4231 に増大するが，第三の例では 0 時点から 2 時点までに確率は 0.4780 に増大する。

上記では価格や指数等の低下幅についてはなにも言及していない。ある値幅を指定したさいの確率の計算方法を一般的に検討しているだけである。値幅の指定には，特定数値を明示的に指定するとき。例えば 100 円や指数 1000 等と，特定数値より大きな値をとるときをすべて含む場合，が考えられ，指定された値幅や値幅の範囲の差異によって係数の定数や推定式が異なり，適宜最も有効な係数の定数や推定式が選択されなければならない。

参考文献

Astley, Mark S, and Anthony Garratt, “Exchange Rates and Prices: Sources of Sterling Real Exchange Rate Fluctuations 1973－94”, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 62(2000), 491–509.

Bils, Mark, and James A. Kahn, “What Inventory Behavior Tells Us about Business Cycles”, American Economic Review, 90(2000), 458–81.

Boldrin, Michele, Lawrence J. Christiano, and Jonas D. M. Fisher, “Habit Persistence, Asset Returns, and the Business Cycle”, American Economic Review, 91(2001), 149–66.

Campbell, John Y. and John H. Cochrane, “By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior”, Journal of Political Economy, 107(1999), 205–51.

Chadha, Jaght, S. and Lucio Sarno, “Short-and Long-Run Price Level Uncertainty Under Different Monetary Policy Regimes: An International Comparison”, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 64(2002), 187–216.

Chang, Eric C., Prem C. Jain and Peter R. Locke, “Standard & Poors 500 Index Futures Volatility and Price Changes around the New York Stock Exchange Close”, Journal of Business, 68(1995), 61–84.

Cho, D. Chinhyung and Edward W. Frees, “Estimating the Volatility of Discrete Stock Prices”, Journal of Finance, 43(1988), 451–66.

De Bondt, Werner F. M. and Richard H. Thaler, “Stock Market Volatility: Do Security Analysts Overreact?”, American Economic Association Papers and Proceedings, 80(1990), 52–57.

Evans, Martin D. D., “FX Trading and Exchange Rate Dynamics”, Journal of Finance, 57(2002), 2405–47.

Grossman, Sanford and Robert J. Shiller, "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices", American Economic Association Papers and Proceedings 1981, 222–7.

Holland, Allison, and Andrew Scott, "The Determinants Of UK Business Cycles", Economic Journal, 108(1998), 1067–92.

Jeanne, Olivier, and Andrew K. Rose, "Noise Trading and Exchange Rate Regimes", Quarterly Journal of Economics, 117(2002), 537–69.

Lee, Kevin, and Kalvinder Shields, "Expectations Formation and Business Cycle Fluctuations: An Empirical Analysis Of Actual and Expected Output in UK Manufacturing, 1975–1996", Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 62(2000), 463–90.

Schmitt-Groh, Stephane, "Endogenous Business Cycles and the Dynamics of Output, Hours, and Consumption", American Economic Review, 90(2000), 1136–59.